

〈かけ算の世界〉と対数グラフ

竹田かずき 2020,4,10
(2021,5,9 大幅改訂)

世の中には
〈かけ算で増えるもの〉が
あります。

たとえば感染症の感染者数

たとえば定期的に
利子が増える借金

10万円借りて
年率18%なら
借入総額

- 1年後には11万8000円
- 2年後には13万9240円
- 3年後には16万4303円...

$\times 1.18$

〈足し算〉ではなく
〈かけ算〉で増えるものは
あつという間に
大きな数になります

短期間で急速に増えることを
「ねずみ算式に増える」と
言いますが、これも
かけ算で増える様子です

※本当は子だけでなく、
最初の親もずっと生み続ける

もしも

1人が3人にうつす
という感染症があった場合

その3人がそれぞれ
3人にうつすと9人

9人がまたうつすと27人

27人がまたうつすと81人

81人がまたうつすと243人

と3倍ずつ増えていきます

改めて数値を書いてみると
増加すごい...

私

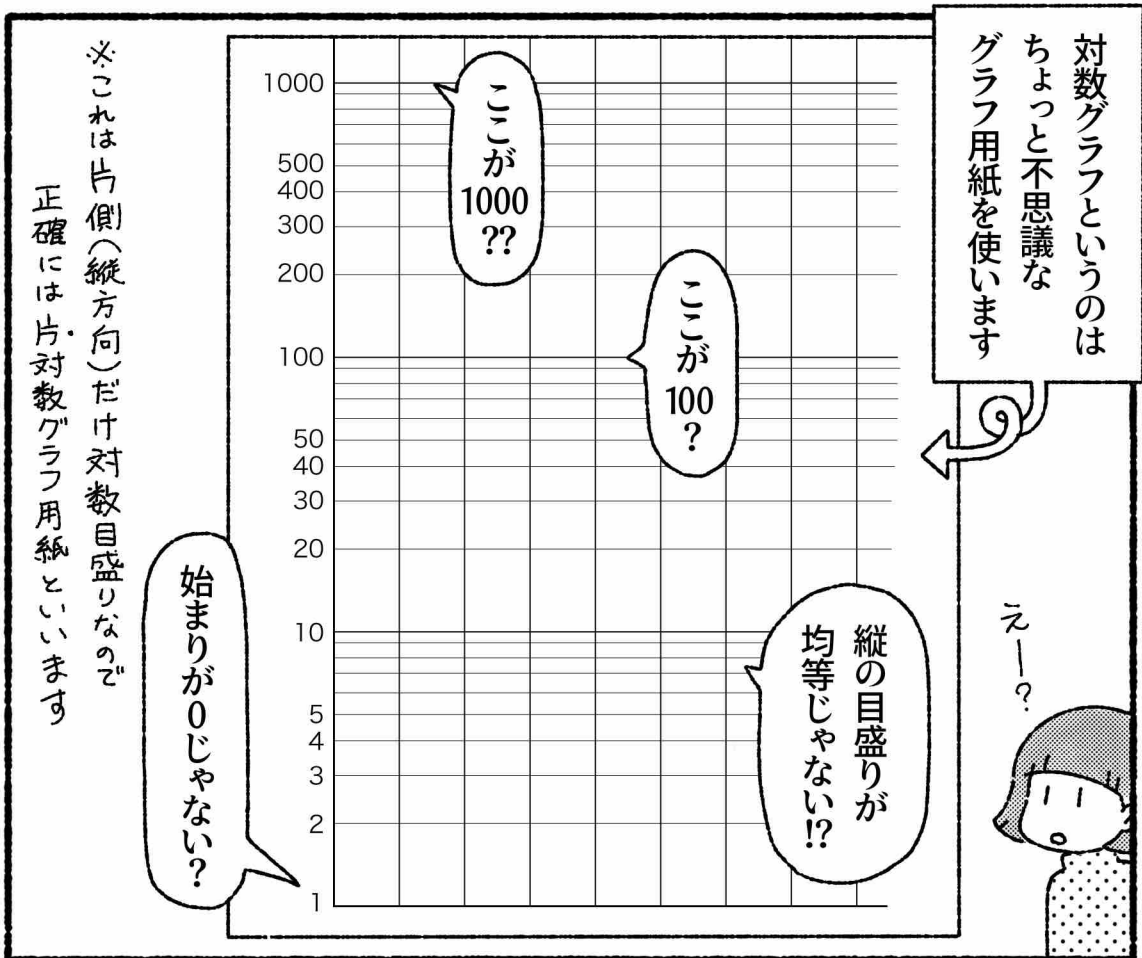
このような
〈かけ算で増える数〉を
積み上げ式の棒グラフで
描くところになります

しかし
このようなグラフでは
「あるとき急速に増えた」と
いうように
見えてしまいます

5日目から
スピードアップ
しているように
見えるけど...

アシスタント役 えみさん

①



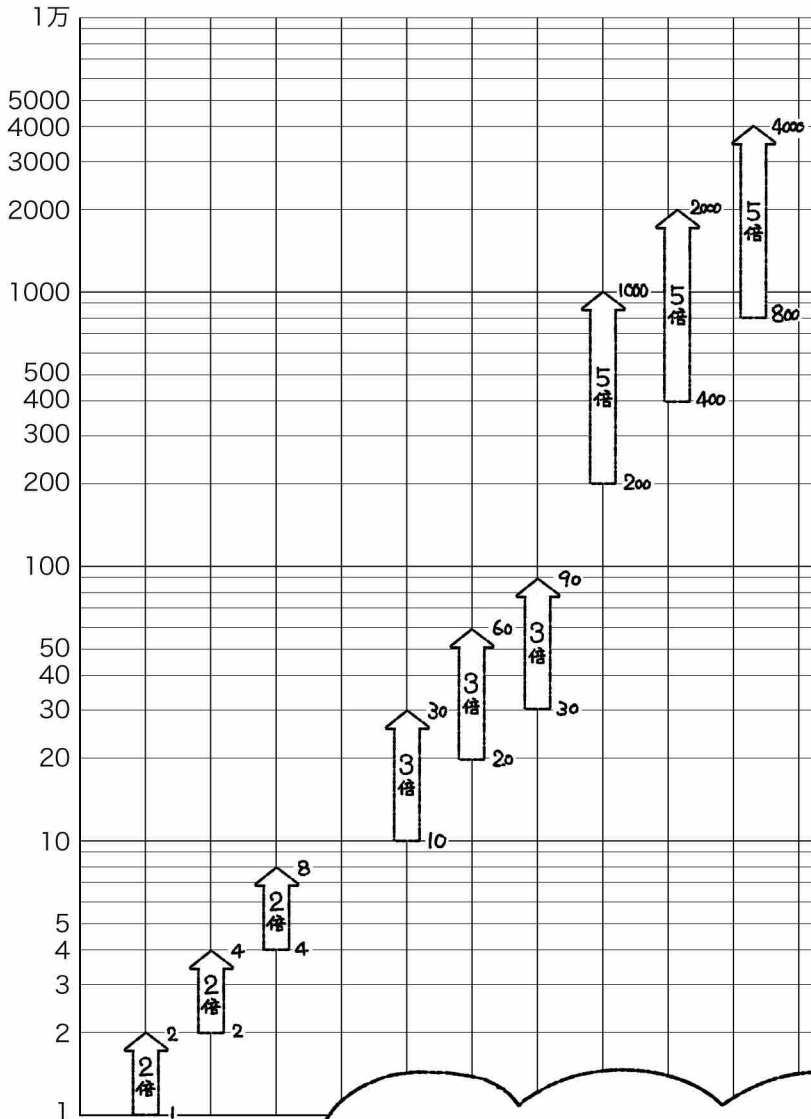
実は
このグラフ用紙の目盛りは
等倍ならば等間隔
となっているのです



〈等倍ならば等間隔〉
 と言われても
 ピンとこない
 思います

実際に測ってみると
 わかりやすいです

ぜひ
 定規でも測ってみて
 ください



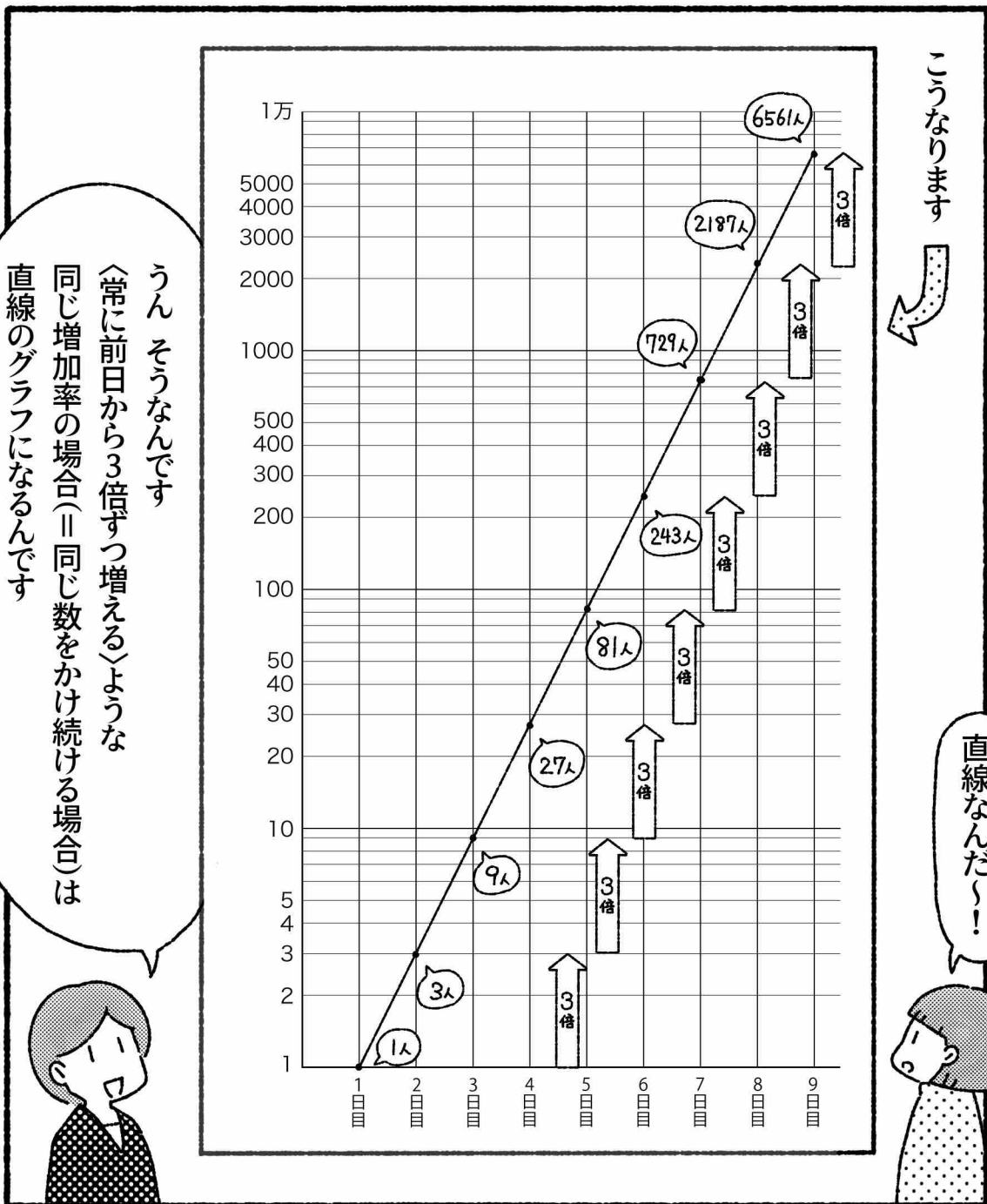
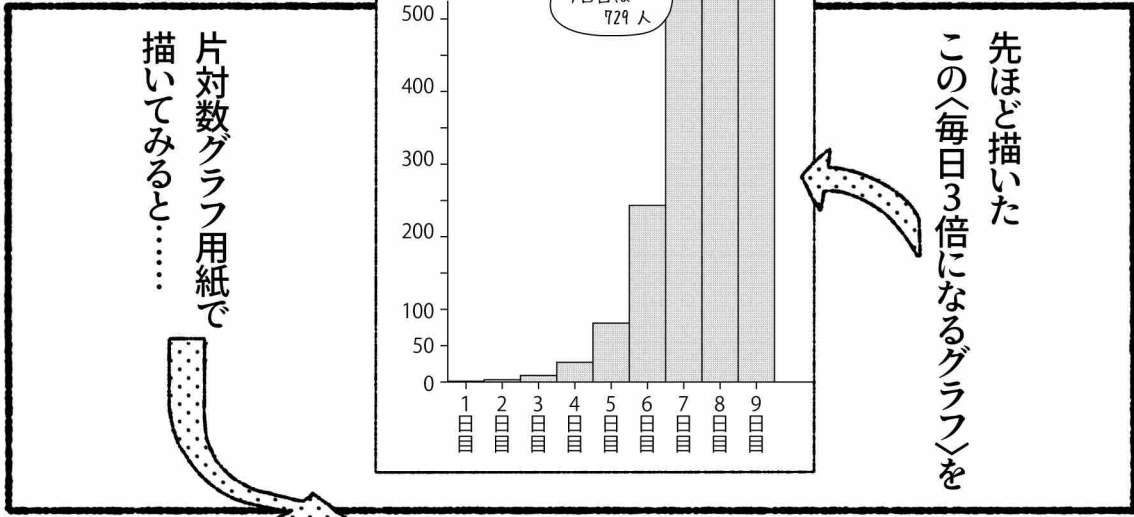
2倍の場合
 1 → 2 → 4 → 8
 それぞれ同じ縦幅です

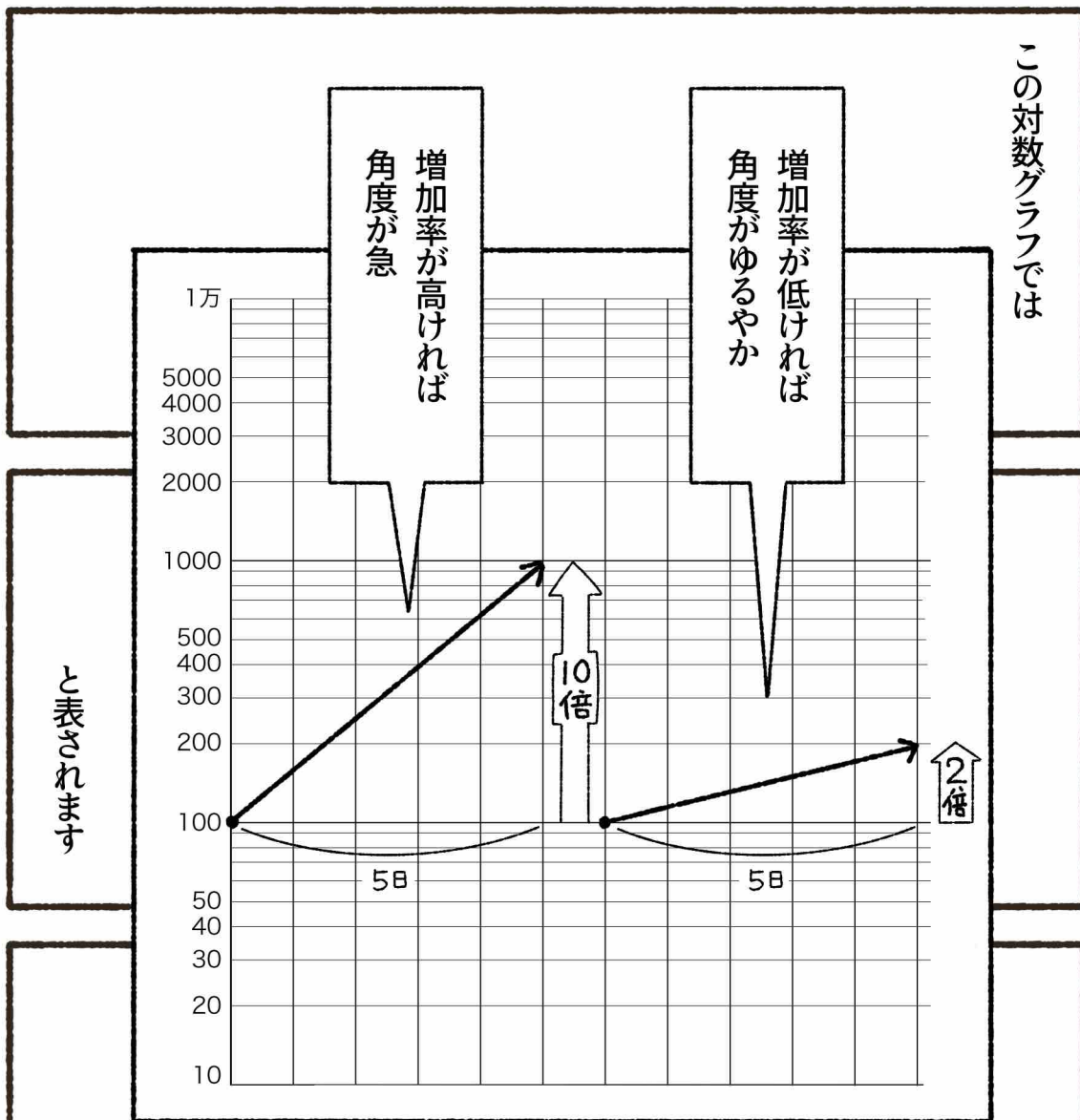
3倍の場合も
 10 → 30 → 90
 それぞれ同じ縦幅です

5倍の場合も
 200 → 1000 → 5000
 それぞれ同じ縦幅です

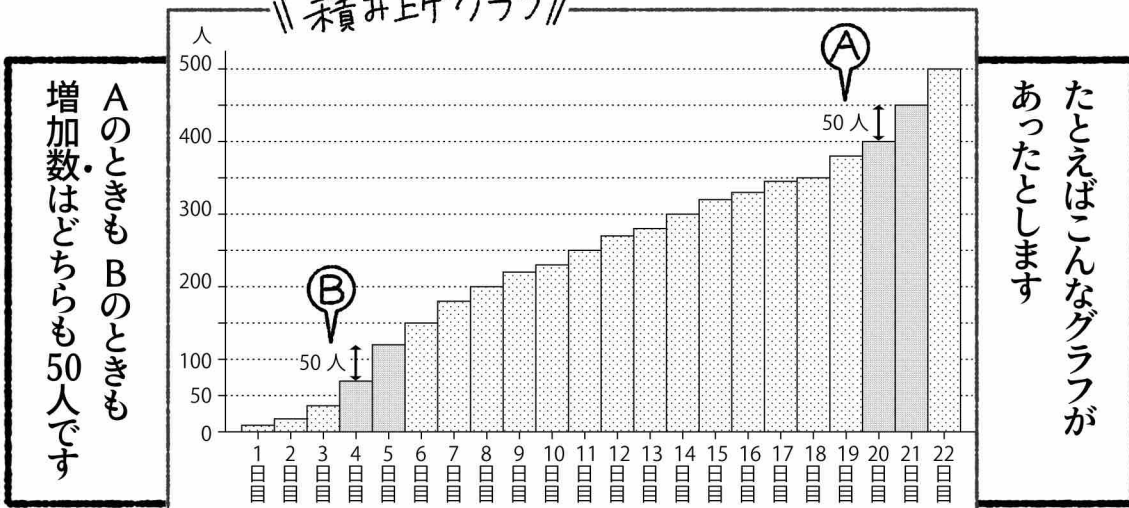
ええ、不思議

桁けたが上がっても
 等倍ならば
 等間隔です





積み上げグラフ



そこでこれを
対数グラフで描くと!

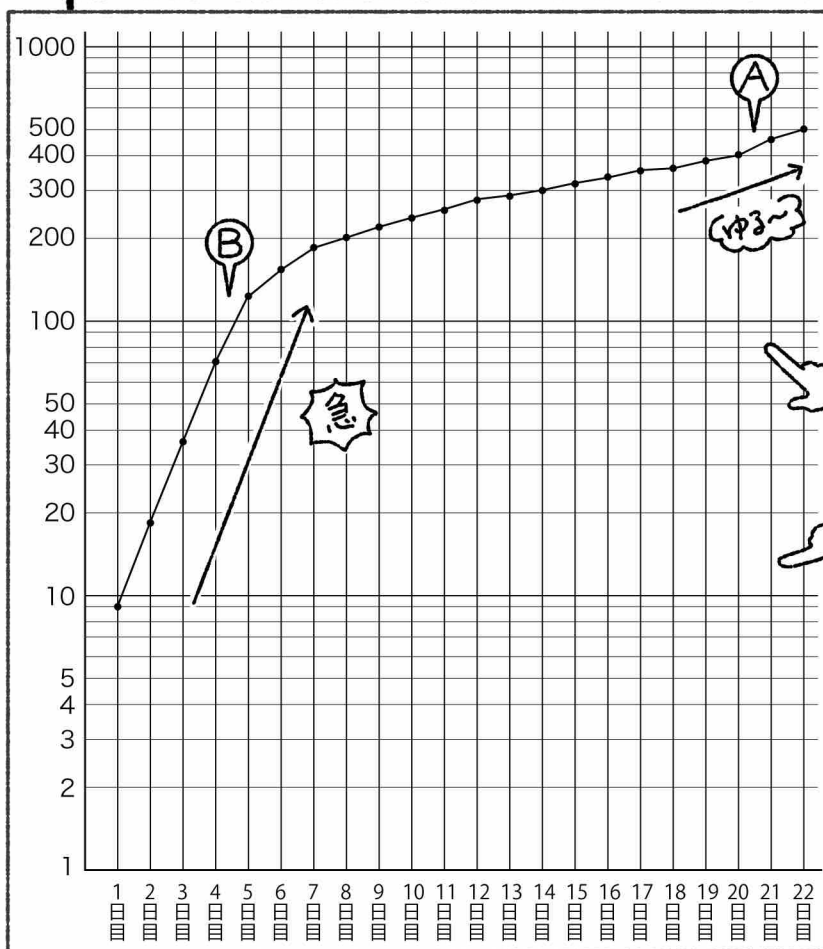
しかし
「前日からの増加率」を
考えるとどうでしょう

同じ「50人増えた」と言っても

Aのときは
前日からの増加率は小さい

Bのときは
前日からの増加率は大きい

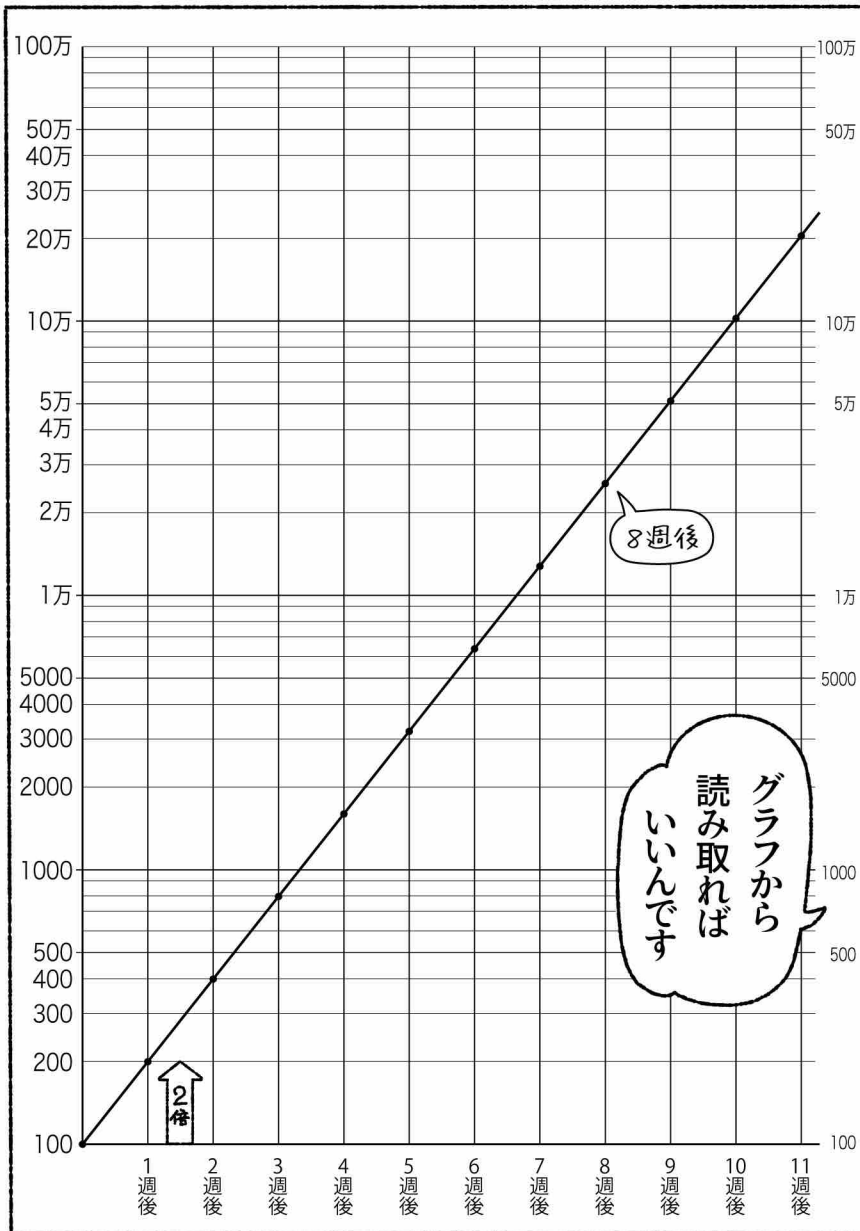
えー
そんなこと
言われても



増加率が角度で
見えるのです!

Aはゆるやか
Bは急

へえー
増加の勢いが
目えくまのねー



8週分×2の計算を繰り返す方法もありますが
 実は対数グラフならより簡単に
 へかけ算の増え方を予測することができます
 これは「1週間で2倍」が続いたときのグラフです



グラフから読み取ればいいんです

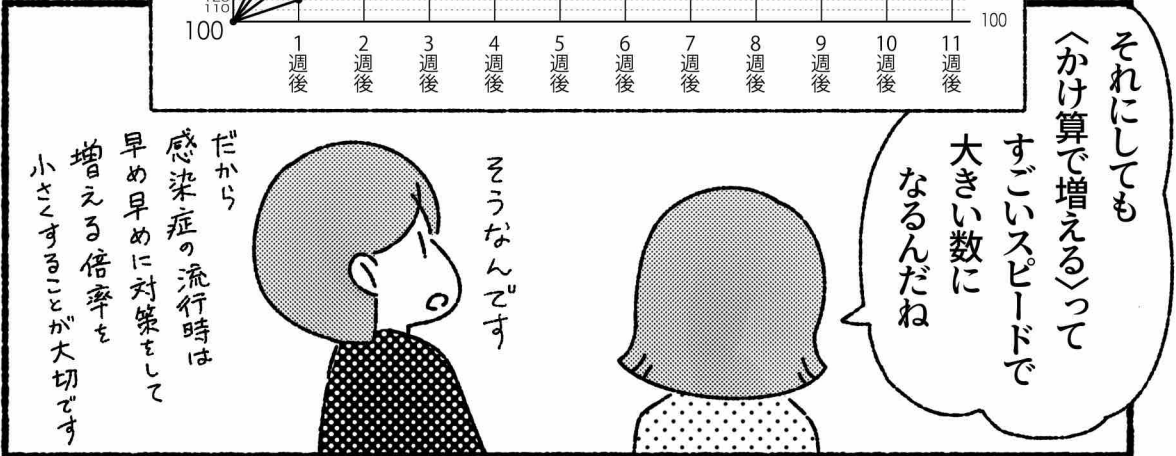
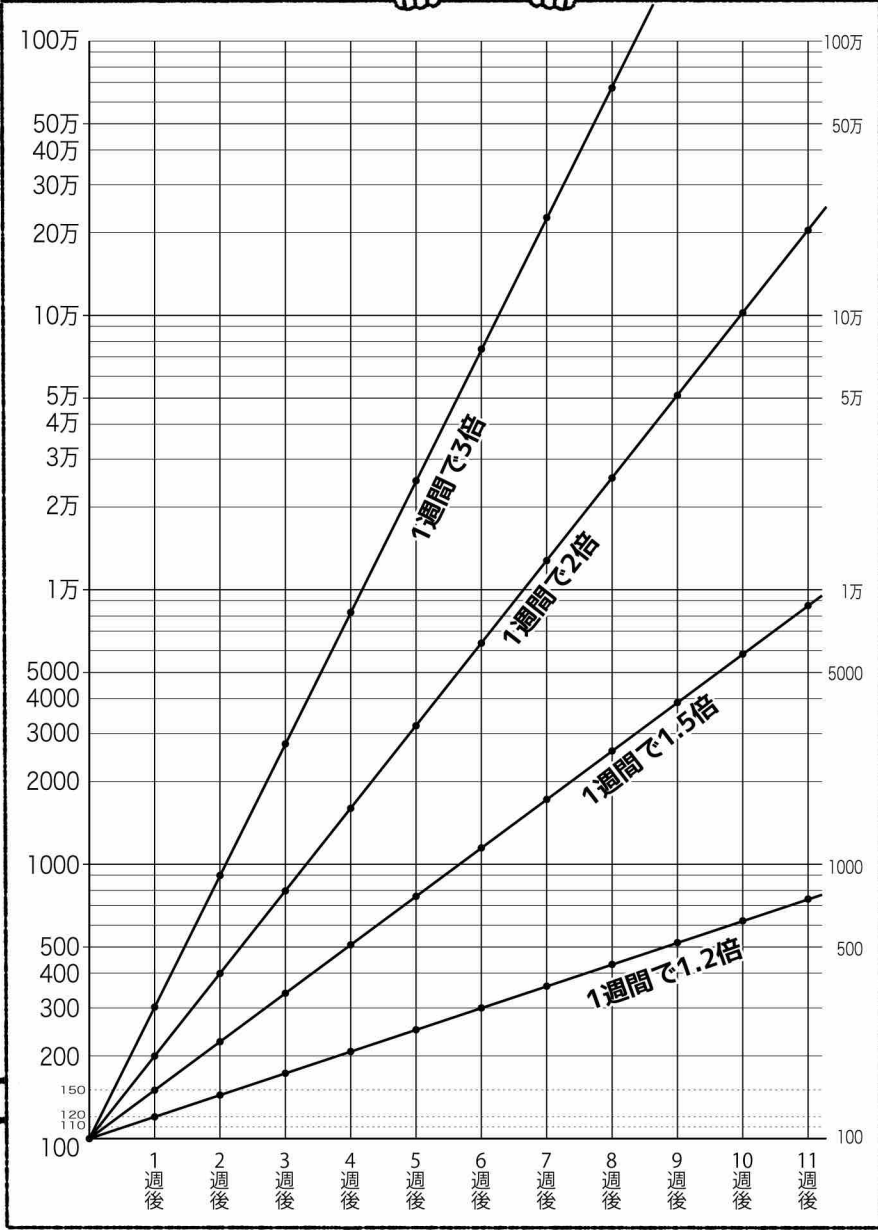
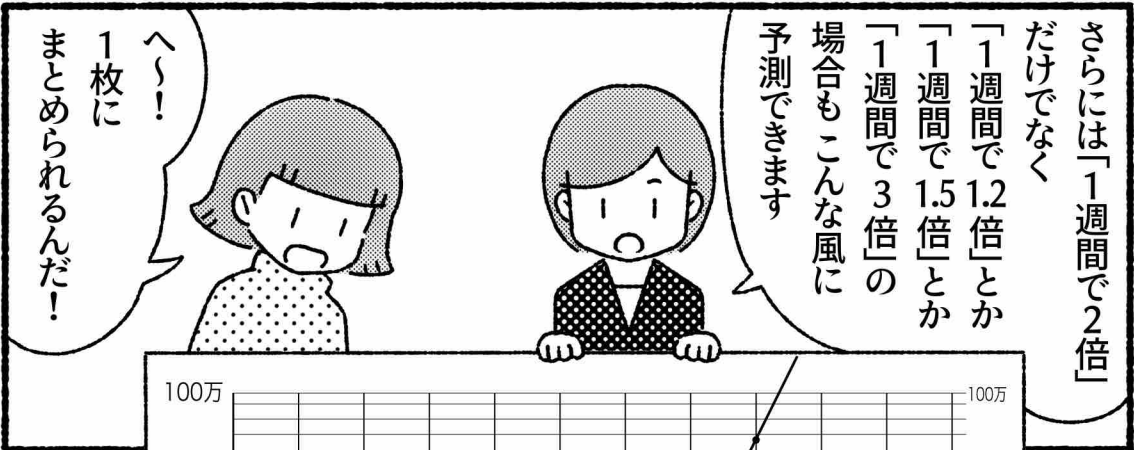
へ〜！ 対数グラフって
 こんな風にも使えるんだ！
 そして8週後は
 2万人以上なんだ！！



めちゃくちゃ増える！

ちなみに…
 「1週間で2倍」というペースは
 新型コロナウイルス感染症が
 2021年3月後半に大阪府で急拡大したときなど
 実際にあったペースです
 (そのときは4月に入るとペースダウンしました)

細かい数字を
 気にする人もいますが
 このような未来予測の場合
 おおまかにとらえることが
 重要です
 それには対数グラフが
 役立ちます
 計算するより
 グラフで見ると
 わかりやすいかも…



このような見方は
感染拡大の予測以外でも
役立ちます

たとえば
借金で増える金額は
毎年1.2倍とか
毎年1.3倍で増えていきます
つまりこれも
へかけ算で増えるものですよ

現在は
法律が改正されて
年に倍(年率20%)が
上限です



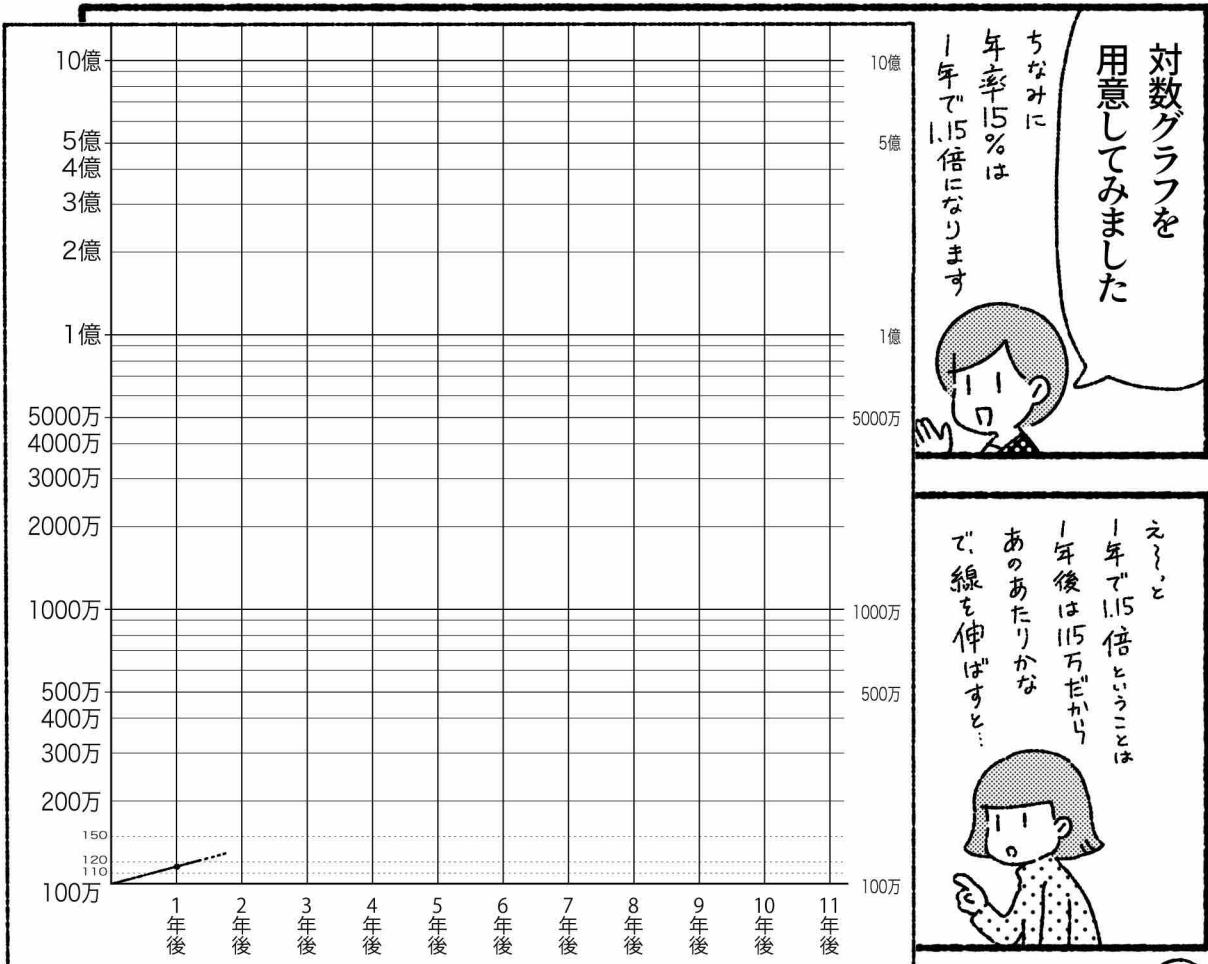


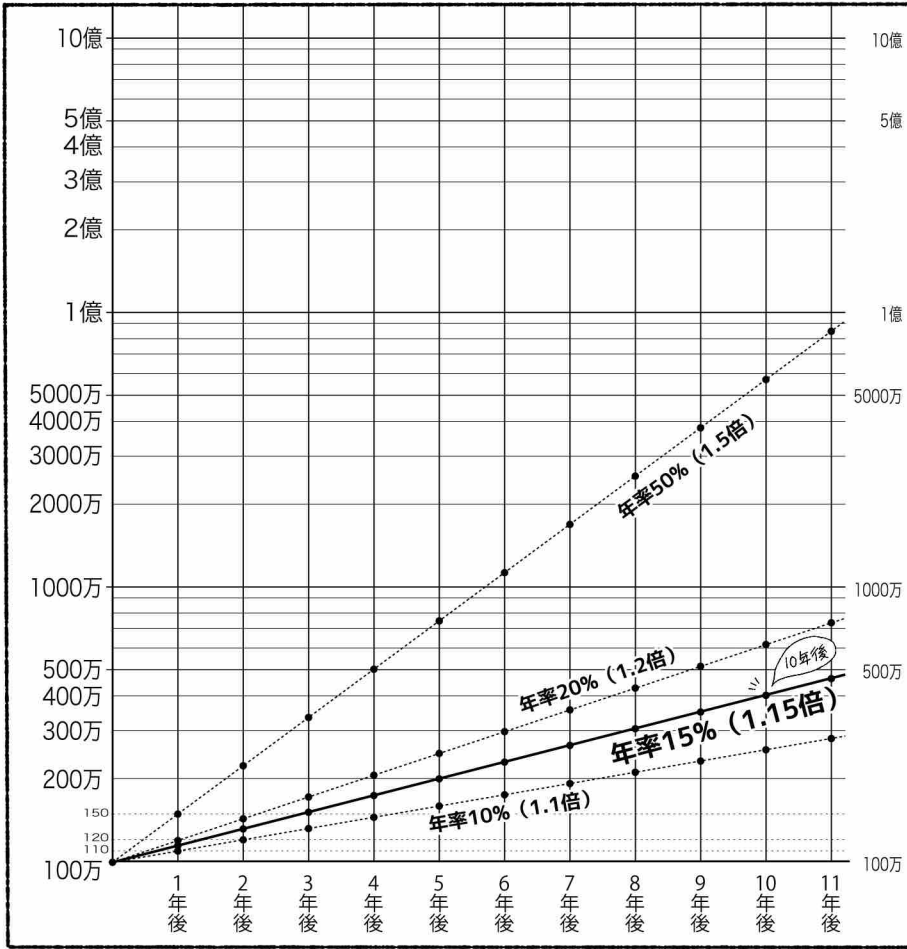
たとえば
こんなケースが
あるとします

ある人が100万円を年率15%で借りました。
その後一度も返済せず
10年過ぎた場合
借金総額はいくらくらいだと思いますか?

ア.150万円くらい イ.200万円くらい
ウ.500万円くらい エ.そのほか

あっ
これはもしや
対数グラフで
解けるのでは!?



これが年率15%のグラフです
10年後には
400万円くらいまで増えます
そのほかの年率の場合も
そえてみました

わーい
予想通りだ！
わっしかし
年率50%の
増え方がすごい！！

そっか、
対数グラフを使うと
こんな未来予測が
できるんだね

へかけ算の増え方は
直感的なイメージが
わきにくいので
こんな世界を知っておくと
役立つと思います

……ちなみに
実はほかにも
便利なグラフが
ありまして

巨額率グラフ
巨額平均グラフ
グラフ式年譜
(年回)
地図グラフ

ととりあえず
今日は
これくらいで！
おなかいはいはー

いろいろな
グラフについては
私家本にまとめてます

Amazonで
電子書籍(Kindle)
販売中です～！

おしま

おまけがもう1枚あるよ！

おまけ

ここまで「対数」の説明は
しませんでした
最後に少しだけ書きます

対数を発見したのは

英国の数学者

ジョン・ネーピアです

ジョン・ネーピア
1550~1617



イタリアの
スティーフェンも
発見している

彼は数の不思議な性質に
気づきました

2のべき乗

1	—	2 ¹	—	2
2	—	2 ²	—	4
3	—	2 ³	—	8
4	—	2 ⁴	—	16
5	—	2 ⁵	—	32
6	—	2 ⁶	—	64
7	—	2 ⁷	—	128
8	—	2 ⁸	—	256
9	—	2 ⁹	—	512
10	—	2 ¹⁰	—	1024

このような対応表を元に

16 × 32 をしたい場合

16 と 32 に対応する 4 と 5 を

4 + 5 = 9 と足します

そこで導かれた

9 に対応する数は 512

そして

16 × 32 = 512 なのです!



ええ、
何それ？



しかも 2 だけでなく
どんな数でも
いけるといふ…



ええええ？
わけわからん…



ごめん…でも
この数の性質が
対数の基礎なんだ…



うーん
そういうわけても…



申し訳ない…
スペースがないので
詳しくはこの本で



〈かけ算の世界〉と対数グラフ

引用文献

長岡清「借金の数学」(『たのしい授業』No.256)

板倉聖宣編『数と図形の発明発見物語』(国土社, 1983/初版1964)

参考文献

板倉聖宣・井藤伸比古「グラフ入門 対数グラフの世界」(『たのしい授業』No.74)

出口陽正 授業書《1と0》